Ders Bilgi Formu

Ders Adı	Kodu	Yerel Kredi	AKTS	Ders (saat/hafta)	Uygulama (saat/hafta)	Laboratuar (saat/hafta)
Normlu Uzaylarda Sayısal Bölgeler	MAT4350	3	5	3	0	0

Önkoşullar	Yok

Yarıyıl	Güz, Bahar

Dersin Dili	İngilizce, Türkçe
Dersin Seviyesi	Lisans Seviyesi
Ders Kategorisi	Uzmanlık/Alan Dersleri
Dersin Veriliş Şekli	Yüz yüze

Dersi Sunan Akademik Birim	Matematik Bölümü
Dersin Koordinatörü	Elif Demir
Dersi Veren(ler)	Elif Demir
Asistan(lar)ı	

Dersin Amacı	Bu dersin amacı, öğrencilere normlu uzaylarda sayısal bölgeler konusundaki kavramsal ve teorik temeli kazandırmaktır. Öğrenciler, elliptik bölge, spektral kapsama, sayısal yarıçap , normal operatörler, sayısal sınır, W-bölge çeşitleri, değer alanı, Gershgorin kümeleri ve genelleştirilmiş bölgeler gibi temel kavramları detaylı biçimde inceleyeceklerdir. Ders kapsamında, bu kavramlar hem teorik analiz hem de uygulamalı örnekler aracılığıyla ele alınacak; öğrenciler sayısal bölgelerin lineer operatörler üzerindeki etkilerini, spektral özelliklerle ilişkilerini ve normlu uzaylarda analitik ve geometrik yorumlarını kavrayacaklardır. Bu sayede öğrenciler, normlu uzaylarda operatör teorisi ve sayısal analiz alanlarında sağlam bir kuramsal ve uygulamalı temel oluşturacak, matematiksel problem çözme becerilerini ileri düzeye taşıyacaklardır.
Dersin İçeriği	Normlu uzaylar ve lineer operatörler; eliptik bölge; spektral kapsama; sayısal yarıçap; normal operatörler; sayısal sınır; diğer W-bölge türleri; değer alanı; Gershgorin kümeleri; genelleştirilmiş bölgeler; cebirsel sayısal alanlar.
Opsiyonel Program Bileşenleri	Yok

Ders Öğrenim Çıktıları

1	Elliptik bölge ve spektral kapsama kavramlarını anlayarak, uygun örnekler üzerinde uygulayabileceklerdir.
2	Sayısal yarıçap ve sayısal sınır kavramlarını hesaplayarak, analiz edebileceklerdir.
3	Normal operatörlerin sayısal bölgelerle ilişkilerini açıklayabileceklerdir.
4	Çeşitli W-bölge türlerini ve genelleştirilmiş bölgeleri tanıyabileceklerdir
5	Değer alanı ve Gershgorin kümeleri kavramlarına hakim olacaklardır

Haftalık Konular ve İlgili Ön Hazırlık Çalışmaları

Hafta	Konular	Ön Hazırlık

1	Konu Anlatımı: Normlu uzaylar, lineer operatörler tanımı, temel kavramların ve terminolojinin açıklanması; dersin kapsamı ve uygulama alanlarının genel tanıtımı. Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Basit normlu uzay örnekleri ve lineer operatörler üzerinde kısa hesaplamalar; öğrencilerin kavramları görselleştirmesi. Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Sayısal bölgelerin matematikteki önemi, farklı disiplinlerdeki uygulama alanları ve öğrencilerin günlük yaşam veya mühendislik uygulamalarıyla ilişkilendirmesi.	1. Temel kavramların hatırlanması: Normlu uzaylar, lineer operatörler. Kaynak: [1], 31- 39; 87-96. 2. Sayısal bölge kavramının tanıtılması Kaynak: Ders Kitabı, 1-2.
2	Konu Anlatımı: Sayısal bölge kavramı, tanımı ve temel özellikleri Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Basit lineer operatörler için sayısal bölge hesaplamaları; öğrencilerin kavramı uygulamalı olarak görmesi Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Sayısal bölge ile operatör spektrumu arasındaki ilişki üzerine tartışma	1. Temel kavramların hatırlanması: Normlu uzaylar, lineer operatörler. Kaynak: [1], 31- 39; 87-96. 2. Sayısal bölge kavramı ve özellikleri. Kaynak: Ders Kitabı, 1-3.
3	Konu Anlatımı: Eliptik bölge kavramı ve temel özellikleri Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Basit lineer operatörler için elliptik bölge hesaplamaları; öğrencilerin kavramı uygulamalı olarak görmesi. Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Eliptik bölgenin sayısal bölgeyle ilişkisi üzerine tartışılması Kısa Sınav 1 (15-20 dk.): Ders sonunda, bu derse kadar işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Bir lineer operatörün özdeğer ve özvektör kavramlarının gözden geçirilmesi. Kaynak: [1], 8-9. 2. Sayısal bölgenin elips çıkma koşulu ve Toplietz-Hausdorff Teoreminin okunması Kaynak: Ders Kitabı, 3-5. 3. Kısa Sınav 1: (sayısal bölge kavramı, Eliptik bölge kavramı) Kaynak: Ders Kitabı, 1-3; 3-5.
4	Konu Anlatımı: Spektral kapsama kavramı; operatör spektrumunun sayısal bölge ile ilişkisi ve temel özellikleri Sınıf-içi Uygulama (15 dk): Basit lineer operatörler üzerinde spektral kapsama hesaplamaları ve görselleştirmeler Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Spektral kapsamanın matematikteki önemi, normal operatörlerle ilişkisi ve uygulamalardaki yeri üzerine tartışma	1. Operatörlerin spektrumu ve adjoint operatör kavramlarının gözden geçirilmesi Kaynak: [1], 169; 183-185. 2. Spektral kapsama kavramı; operatör spektrumunun sayısal bölge ile ilişkisi, örnek ve ilgili teoremlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 6-8.
5	Konu Anlatımı: Sayısal yarıçap kavramı, tanımı ve temel özellikleri; sayısal yarıçap ile norm arasındaki ilişkiler ve örnekler Sınıf-içi Uygulama (15 dk): Basit matrisler ve lineer operatörler için sayısal yarıçap hesaplamaları Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Sayısal yarıçapın analitik ve geometrik bakış açılarıyla önemi ve spektral yarıçap ile ilişkisi üzerine değerlendirme Kısa Sınav 2 (15-20 dk.): Ders sonunda, bu derse kadar işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Operatör normu kavramı ve temel özelliklerinin gözden geçirilmesi. Kaynak: [1], 96-98. 2. Sayısal yarıçap kavramı, tanımı ve temel özellikleri; sayısal yarıçap ile norm arasındaki ilişkiler ve örneklerin incelenmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 8-14. 3. Kısa Sınav 2: (spektral kapsama kavramı, Sayısal yarıçap kavramı) Kaynak: Ders Kitabı, 6-8; 8-14.
6	Konu Anlatımı: Normal operatörler kavramı, tanımı ve temel özellikleri. normal operatörler için spektrum ve sayısal bölge arasındaki ilişkiler Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Normal operatörlere ilişkin örnekler üzerinde sayısal bölge ve spektrum karşılaştırması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Normal operatörlerin özel rolü ve sayısal bölgelerin arasındaki ilişkilere dair değerlendirme	1. Normal operatörlerin tanımı ve temel özelliklerinin gözden geçirilmesi. Kaynak: [1], 176-178. 2. Normal operatörler için spektrum ve sayısal bölge arasındaki ilişkilerin incelenmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 15-17.

7	Konu Anlatımı: Sayısal bölgenin sınır noktalarının özelliklerinin incelenmesi ve sayısal bölgenin kapanış kümesi ile olan ilişkilerinin incelenmesi Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Verilen operatörler için sayısal sınırın belirlenmesi ve geometrik temsilinin tartışılması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Sayısal sınırın, operatör teorisi ve uygulamalı matematik açısından neden önemli olduğu üzerine fikir alışverişi	1. Kapanış kavramlarının hatırlanması; temel topolojik kavramlar üzerine kısa tekrar Kaynak: [1], 13-14. 2. Sayısal bölgenin sınır noktalarının özellikleri ve kapanış kümesiyle olan ilişkilerin anlaşılabilmesi için gerekli bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 18-20.
8	Midterm 1 / Practice or Review	
9	Konu Anlatımı: Diğer W-bölge (sayısal bölgelerin) araştırılması Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Verilen operatörler için farklı W- range türlerinin belirlenmesi ve değer alanlarının hesaplanması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Farklı W-bölge türlerinin operatör teorisinde ve uygulamalı problemlerde neden önemli olduğu üzerine tartışma	1. Dual uzay ve iç çarpım konularının hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [1], 51-54; 105. 2. Diğer W-bölge türleri ve incelemeleri içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 22-24.
10	Konu Anlatımı: Değer alanı kavramı, tanımı ve temel özellikleri; son araştırmalarda değer alanının ve varyasyonlarının incelenme sebepleri; temel örnekler ve sınırlı boyutlu uzaylardaki uygulamalar Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Basit matrisler ve lineer operatörler için değer alanının hesaplanması ve grafiksel gösterimi. Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Değer alanının analitik ve geometrik bakış açılarıyla önemi; sınırlı boyutlu uzaylarda spektrum ve sayısal bölge ile ilişkisi üzerine değerlendirme Kısa Sınav 3 (15-20 dk.): Ders sonunda, bu derse kadar işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Sonlu boyutlu uzaylar ve Üniter operatörlere ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [1], 4; 181-182. 2. Sonlu boyutlu uzaylarda değer alanı kavramına ilişkin bilgilerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 109-113. 3. Kısa Sınav 3: (normal operatörler için spektrum ve sayısal bölge arasındaki ilişkiler, Sayısal bölgenin sınır noktalarının özellikleri ve sayısal bölgenin kapanış kümesi ile olan ilişkileri, Diğer W-bölgeler) Kaynak: Ders Kitabı, 15-17; 18-20; 22-24.
11	Konu Anlatımı: Matrislerin toplamının sayısal bölgesi kavramı, Gershgorin kümeleri, Gershgorin diskleri ile operatör spektrumu arasındaki ilişkiler Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Basit matrisler için toplamın sayısal bölgesinin hesaplanması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Gershgorin kümelerinin spektral tahminlerdeki önemi ile uygulamalardaki rolü üzerine değerlendirme	1. Sayısal bölge kavramının hatırlanması. Kaynak: Ders Kitabı, 1-3. 2. Sayısal bölgeyi içeren kümelerin belirlenmemesinin motivasyonu ve Gershgorin Teoremi ile bağlantısı ile kısımların okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 113-117.
12	Konu Anlatımı: Genelleştirilmiş sayısal bölgeler, farklı operatörlerde genelleştirilmiş bölgelerin tanımı, hesaplanması ve özellikleri (C-sayısal bölge, k-sayısal bölge ve F- sayısal bölge) Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Verilen operatörler için genelleştirilmiş sayısal bölgelerin hesaplanması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Genelleştirilmiş bölgelerin lineer operatörlerin davranışlarını anlamadaki rolü ve spektral tahminlerdeki önemi üzerine tartışma	1. Temel kavramların hatırlanması: Sayısal bölge tanımı, temel özellikleri ve lineer operatörlerdeki önemi. Kaynak: Ders Kitabı, 1-3. 2. Genelleştirilmiş sayısal bölgeler C-sayısal bölge, k-sayısal bölge ve f-sayısal bölge kavramları, tanımları, temel özellikleri içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 127-133.

13	Konu Anlatımı: F-sayısal bölgesinin bir genelleştirilmesi olan cebirsel sayısal alanların anlatımı ve onun bir varyasyonu olan M-sayısal bölgelerin incelenmesi Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Verilen lineer operatörler için cebirsel sayısal alanların ve M-sayısal bölgelerin hesaplanması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Cebirsel sayısal alanlar ve M-sayısal bölgelerin lineer operatörlerin davranışlarını anlamadaki rolü üzerine tartışma Kısa Sınav 4 (15-20 dk.): Ders sonunda, bu derse kadar işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Temel kavramların hatırlanması: Lineer operatörler, sayısal bölge. Kaynaklar: [1], 87-96. Ders Kitabı 133-134. 2. Konunun incelenmesi: Cebirsel sayısal alanların bir genelleştirmesi olarak M- sayısal bölgelerin tanımı, temel özellikleri ve uygulama alanlarının okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 133-134. 3. Kısa Sınav 4: (değer alanı kavramı, Matrislerin toplamının sayısal bölgesi kavramı, Gershgorin kümeleri, Genelleştirilmiş sayısal bölgeler) Kaynak: Ders Kitabı, 109-113; 113-117; 127-133.
14	Konu Anlatımı: Önceki haftalarda işlenen tüm kavramların uygulamalı örneklerle pekiştirilmesi; cebirsel sayısal alanlar, Gersgorin kümeleri ve genelleştirilmiş bölgeler üzerinden problem çözümü Sınıf-içi Uygulama: (15 dk) Öğrencilere çeşitli operatörler ve matrisler verilip; Gershgorin kümeleri ve genelleştirilmiş bölgelerin hesaplanması ve yorumlanması Sınıf-içi Tartışma: (5 dk.) Cebirsel sayısal alanlar, Gershgorin kümeleri ve genelleştirilmiş bölgelerin hesaplama sonuçlarının yorumlanması; farklı yöntemlerin avantajları ve sınırlılıkları üzerine fikir alışverişi; operatörlerin davranışı ve spektral tahminler açısından elde edilen bilgilerin önemi üzerine tartışma	1. Temel kavramların hatırlanması: Cebirsel sayısal alanlar, Gershgorin kümeleri ve genelleştirilmiş sayısal bölgeler; temel tanımlar, özellikler ve önceki haftalarda işlenen ilgili kavramların gözden geçirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 22-24; 109-117; 127-133.
15	Konu Anlatımı: Tüm konuların genel tekrarı ve kavramların bütünleştirilmesi Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Önceki haftalardan seçilen karmaşık problemler üzerinden çözüm çalışması; öğrencilerin kendi sayısal bölge hesaplamalarını yapmaları ve sonuçları tartışmaları Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Dersin genel kazanımlarının değerlendirilmesi; hangi konuların güçlü olduğu, hangi konularda ek çalışmaya ihtiyaç olduğu üzerine tartışma	1. Temel kavramların hatırlanması: Cebirsel sayısal alanlar, Gershgorin kümeleri ve genelleştirilmiş sayısal bölgeler; temel tanımlar, özellikler ve önceki haftalarda işlenen ilgili kavramların gözden geçirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 22-24; 109-117; 127-133.
16	Final	

Değerlendirme Sistemi

Etkinlikler	Sayı	Katkı Payı
Devam/Katılım		
Laboratuar		
Uygulama		
Arazi Çalışması		
Derse Özgü Staj		
Küçük Sınavlar/Stüdyo Kritiği	4	20
Ödev		
Sunum/Jüri		
Projeler		

Seminer/Workshop		
Ara Sınavlar	1	40
Final	1	40
Dönem İçi Çalışmaların Başarı Notuna Katkısı		60
Final Sınavının Başarı Notuna Katkısı		40
TOPLAM		100

AKTS İşyükü Tablosu

Etkinlikler	**Sayı**	**Süresi (Saat)**	**Toplam İşyükü**
Ders Saati	14	3	42
Laboratuar			
Uygulama			
Arazi Çalışması			
Sınıf Dışı Ders Çalışması	14	3	42
Derse Özgü Staj			
Ödev			0
Küçük Sınavlar/Stüdyo Kritiği	4	2	8
Projeler			
Sunum / Seminer			
Ara Sınavlar (Sınav Süresi + Sınav Hazırlık Süresi)	1	20	20
Final (Sınav Süresi + Sınav Hazırlık Süresi)	1	30	30
		Toplam İşyükü	142
		Toplam İşyükü / 30(s)	4.73
		AKTS Kredisi	5

Diğer Notlar	Yok