Ders Bilgi Formu

Ders Adı	Kodu	Yerel Kredi	AKTS	Ders (saat/hafta)	Uygulama (saat/hafta)	Laboratuar (saat/hafta)
Dual Sayılar ve Kuaterniyonlar Teorisi	MAT4450	3	5	3	0	0

Önkoşullar	Yok

Yarıyıl	Güz, Bahar

Dersin Dili	İngilizce, Türkçe
Dersin Seviyesi	Lisans Seviyesi
Ders Kategorisi	Temel Meslek Dersleri
Dersin Veriliş Şekli	Yüz yüze

Dersi Sunan Akademik Birim	Matematik Bölümü
Dersin Koordinatörü	Gülsüm Yeliz SAÇLI
Dersi Veren(ler)	Salim Yüce, Gülsüm Yeliz SAÇLI, Nurten Gürses
Asistan(lar)ı	

Dersin Amacı	Bu dersin amacı, öğrencilerin temel lineer cebir bilgilerini, kompleks sayıları, dual sayıları, dual sayıların matris gösterimlerini ve dual vektör uzayını öğrenmelerine yardımcı olmak; dual düzlem, mutlak değer, üçgen eşitsizliği ve eşlenik kavramlarını, ayrıca dual sayılarla ilgili temel tanım ve teoremleri sunmak; D-modül yapısı üzerinde iç çarpım, norm, dış çarpım, vektörel çarpım, karma çarpım ve dual vektörlerde baz kavramlarını incelemek; E-Study dönüşümü, dual açı, D-modülde dual izometriler ve dual matrisler gibi konuları ele almaktır. Ayrıca ders, dual değişkenli fonksiyonların seriye açılımını ve dual integrallerin hesaplanmasını, reel kuaterniyonlar cebirini, reel kuaterniyonlar üzerindeki temel işlemleri, iki vektörün kuaterniyon çarpımını ve reel kuaterniyonların matris gösterimini içermektedir. Ayrıca, simplektik geometri tanıtılmaktadır ve dual kuaterniyonlar üzerindeki temel işlemler incelenmektedir. Ders, öğrencilerin dual sayılar ve kuaterniyonlara özgü soyut kavramları kavramalarını ve bu kavramları hem geometrik hem de analitik bakış açısıyla yorumlayabilmelerini sağlamayı amaçlamaktadır.
Dersin İçeriği	Temel lineer cebir bilgileri; kompleks sayılar; dual sayılar, dual sayılar sistemi, dual sayıların matris gösterimi, dual vektör uzayı, dual sayılar ile ilgili temel tanım ve teoremler (dual düzlem, mutlak değer, üçgen eşitsizliği, eşlenik); D-modül, D-modül üzerinde iç çarpım ve norm, E.Study dönüşümü ve dual açı, D-modül üzerinde dış çarpım, vektörel çarpım, karma çarpım ve dual vektörlerde baz kavramı, D-modülde dual izometriler; dual matrisler; dual değişkenli fonksiyonların seriye açılımı, dual integral; reel kuaterniyonlar cebiri, reel kuaterniyonlar üzerinde temel işlemler, iki vektörün kuaterniyon çarpımı, reel kuaterniyonların matris gösterimi; simplektik geometri; dual kuaterniyonlar ve dual kuaterniyonlar üzerinde temel işlemler.
Opsiyonel Program Bileşenleri	Yok

Ders Öğrenim Çıktıları

1	Öğrenci kompleks sayıların ve dual sayıların tanımlarını, dual sayıların matris gösterimlerini ve dual vektör uzayını açıklayabileceklerdir.

2	Öğrenciler dual düzlem, mutlak değer, üçgen eşitsizliği, eşlenik kavramı; dual sayılara ait temel teoremler, D-modül yapısı; iç çarpım, norm, dış çarpım, vektörel çarpım, karma çarpım ve dual vektörlerde baz kavramlarını ifade edebileceklerdir.
3	Öğrenciler E-Study dönüşümünü, dual açı kavramını, D-modül üzerindeki dual izometrileri ve dual matrisleri açıklayabileceklerdir.
4	Öğrenciler dual değişkenli fonksiyonların seriye açılımını ve dual integralleri hesaplayabileceklerdir.
5	Öğrenciler reel kuaterniyonlar cebirini; kuaterniyonlar arasında toplama ve çarpma işlemleri, eşlenik bulma ve matris gösterimlerini kapsayacak şekilde inceleyeceklerdir.
6	Öğrenciler Simplektik geometri kavramını ve dual kuaterniyonlar üzerindeki temel işlemleri açıklayabileceklerdir.
7	Öğrenciler dual sayılar, kuaterniyonlar ve dual kuaterniyonlara özgü soyut kavramları tanımlayarak bu kavramları geometrik ile analitik bakış açısıyla yorumlayabileceklerdir.

Haftalık Konular ve İlgili Ön Hazırlık Çalışmaları

Hafta	Konular	Ön Hazırlık
1	Konu Anlatımı: Temel lineer cebir bilgileri; kompleks sayılar Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Verilen kompleks sayıların toplanması, çarpılması, eşleniklerinin bulunması, bölme işlemi ve iç çarpımlarının, normlarının hesaplanması, cebirsel yapısının ele alınması Sınıf-içi Tartışma (20 dk.): Reel sayıların açıklayamadığı matematiksel problemlerde kompleks sayıların kullanımının öneminin incelenmesi, Reel düzlem ve kompleks sayı sisteminin ilişkisinin incelenmesi, Kompleks sayıların cisim olup olmadığını araştırılması	1. Grup, halka, cisim, vektör uzayı ve alt vektör uzayı kavramlarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [4], 2-9; 14-41. 2. Temel lineer cebir bilgileri ve kompleks sayılar konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 24- 54.
2	Konu Anlatımı: Dual sayılar ve dual sayılar sistemi Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Verilen dual sayıların toplanması, çarpılması, bölme işlemi ve normlarının hesaplanması, cebirsel yapısının ele alınması Sınıf-içi Tartışma (15 dk.): Dual sayılar ile kompleks sayıların temel işlemlerinin karşılaştırılması, dual sayıların cisim olup olmadığının tartışılması	1. Kompleks sayılar ve kompleks sayı sistemi kavramlarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 24- 54. 2. Dual sayılar ve dual sayılar sistemi konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynaklar: Ders Kitabı, 122-128. [1], 1-10.

3	Konu Anlatımı: Dual sayıların matris gösterimi; dual vektör uzayı Sınıf-içi Uygulama (30 dk): Verilen iki dual sayının matris gösteriminin yazdırılması ve bu matrislerin çarpımının hesabı ile dual sayıların çarpımının karşılaştırılması, dual vektörler üzerine çeşitli uygulamalar Sınıf-içi Tartışma (15 dk.): Dual vektör uzayının, reel vektör uzaylarından farklarının değerlendirilmesi; dual sayıların matris gösteriminin uygulamalarda sağladığı avantajların irdelenmesi Kısa Sınav 1 (25-30 dk.): Ders sonunda, 1. ve 2. hafta derste işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Kompleks sayıların matris gösterimi kavramlarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 33-35. 2. Dual sayıların matris gösterimi ve dual vektör uzayı konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynaklar: Ders Kitabı, 129- 131. [1], 11-14; 18-21. 3. Kısa Sınav 1: (2. haftanın sonuna kadar olan tüm konular) Kaynak: Ders Kitabı, 24-54; 122- 128. [1], 1-10.
4	Konu Anlatımı: Dual sayılar ile ilgili temel tanım ve teoremler (dual düzlem, mutlak değer, üçgen eşitsizliği, eşlenik) Sınıf-içi Uygulama (30 dk): Verilen dual sayıların mutlak değerlerinin, normlarının ve eşleniklerinin bulunması, üçgen eşitsizliğinin sağladığının gösterilmesi Sınıf-içi Tartışma (15 dk.): Dual eşlenik ile reel/kompleks eşlenik benzerlikleri ve farkları, dual düzlemin yapısının tartışılması	1. Kompleks sayılar için düzlem, mutlak değer, üçgen eşitsizliği ve eşlenik kavramlarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 24-55. 2. Dual sayılar ile ilgili temel tanım ve teoremler konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynaklar: Ders Kitabı, 126-129; 146. [1], 14-17.
5	Konu Anlatımı: D-modül, D-modül üzerinde iç çarpım ve norm tanımı Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Verilen dual vektörlerin iç çarpımını ve normunun hesaplanması Sınıf-içi Tartışma (15 dk.): Öğrencilerden verilen dual vektörlerin iç çarpımını ve normunu hesaplamaları durumunda vektörlerin dual kısımların normu etkileyip etkilemediğini araştırılması	1. Vektör uzaylarında iç çarpım ve norm kavramlarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [4], 46-56. 2. D-modül, D-modül üzerinde iç çarpım ve norm tanımı konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynaklar: Ders Kitabı, 167-172. [1], 25-28.
6	Konu Anlatımı: E-Study dönüşümü; dual açı Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Verilen bir Θ dual açısının trigonometrik açılımlarının cos(Θ) ve sin(Θ) için hesaplanması ve reel kısmın dönmeyi, dual kısmın ötelemeyi temsil ettiğinin gösterilmesi Sınıf-içi Tartışma (10 dk.): E-Study dönüşümünün robotikte, bilgisayar grafiğinde veya kinematikte dönme-öteleme ilişkisini sadeleştirmesinin irdelenmesi ve dual açıların dönme ve ötelemeyi birlikte temsil etmesinin mühendislik ve robotikte sağladığı avantajların tartışılması	1. Lineer dönüşüm ve vektörler arasındaki açı kavramlarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [4], 50-51; 140-158. 2. E-Study dönüşümü ve dual açı konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynaklar: Ders Kitabı, 172-175. [1], 29-41.

7	Konu Anlatımı: D-modül üzerinde dış çarpım, vektörel çarpım, karma çarpım; dual vektörlerde baz kavramı Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Verilen dual vektörlerin dış çarpımının hesaplanması, üç dual vektör için karma çarpımın bulunması ve verilen vektörlerin dual vektör uzayında baz oluşturup oluşturmadığının incelenmesi Sınıf-içi Tartışma (20 dk.): Dual dış çarpımın ve karma çarpımın geometrik anlamlarının değerlendirilmesi ve dual vektörlerde baz kavramının reel vektör uzaylarındaki baz kavramı ile farklarının tartışılması Kısa Sınav 2 (25-30 dk.): Ders sonunda 6. haftanın sonuna kadar derste işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Vektörel çarpım, karma çarpım ve baz kavramlarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [4], 70-80; 246-250. 2. D-modül üzerinde dış çarpım, vektörel çarpım, karma çarpım ve dual vektörlerde baz kavramı konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynaklar: Ders Kitabı, 187-197. [1], 42-45; 46-50. 3. Kısa Sınav 2: (6. haftanın sonuna kadar olan tüm konular) Kaynaklar: Ders Kitabı, 24-54; 122-131, 146; 167-175. [1], 1-10; 14-17; 25-41.
8	Midterm 1 / Practice or Review	
9	Konu Anlatımı: D-modülde dual izometriler; dual matrisler Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Verilen bir dönüşümün dual izometri olup olmadığının gösterilmesi, Verilen dual matrisler için temel cebirsel işlemlerin hesaplanması, bazı özel dual matris örnekleri Sınıf-içi Tartışma (20 dk.): Ortogonal dual matrislerin geometrik yorumu, D-modüldeki birim kürenin dual dönmelerin 3-boyutlu Öklid uzayındaki karşılığının araştırılması	1. İzometri ve matrisler kavramlarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [4], 58-117; 151-158. 2. D-modülde dual izometriler, dual matrisler konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynaklar: Ders Kitabı, 197. [1], 50-55. [3], 268-354.
10	Konu Anlatımı: Dual değişkenli fonksiyonların seriye açılımı; dual integral Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Verilen dual değişkenli fonksiyonların seriye açılarak dual karşılıklarının hesaplanması, verilen bir dual fonksiyonun integralinin hesaplanması Sınıf-içi Tartışma (10 dk.): Dual değişkenli fonksiyonların seriye açılmasında fonksiyonun türevlenebilirliğinin etkisinin tartışılması Kısa Sınav 3 (25-30 dk.): Ders sonunda 9. hafta derste işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Kompleks değişkenli fonksiyon kavramlarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 39-56. 2. Dual değişkenli fonksiyonların seriye açılımı ve dual integral konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynaklar: Ders Kitabı, 143-145. [1], 64-77. 3. Kısa Sınav 3: (D-modülde dual izometriler, dual matrisler) Kaynaklar: Ders Kitabı, 197. [1], 50-55. [3], 268-354.
11	Konu Anlatımı: Reel kuaterniyonlar cebiri ve reel kuaterniyonlar üzerinde temel işlemler Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Verilen reel kuaterniyonların toplamlarının, skaler çarpımlarının hesaplanması, bir kuaterniyonun eşleniğinin bulunması, normunun ve tersinin hesaplanması Sınıf-içi Tartışma (15 dk.): Kuaterniyonların cebirsel yapısının ele alınması, 3B bilgisayar grafiklerinde ve oyun motorlarında kullanımının irdelenmesi	1. Cebir kavramına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [4], 161-167. 2. Reel kuaterniyonlar cebiri ve reel kuaterniyonlar üzerinde temel işlemler konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynaklar: Ders Kitabı, 312-317. [1], 78-88.

12	Konu Anlatımı: İki vektörün kuaterniyon çarpımı; reel kuaterniyonların matris gösterimi Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Verilen iki vektörün pure kuaterniyon olarak yazılması, kuaterniyon çarpımının hesaplanması ve vektörel skaler kısmı ile vektörel kısmının yorumlanması, ardından bir kuaterniyonun 4×4 reel matris temsilinin bulunması Sınıf-içi Tartışma (10 dk.): Birim kuaterniyonların gometrik yorumu, reel kuaterniyonların kompleks matris temsilinin varlığının araştırılması	1. Vektörel çarpımın ve lineer dönüşümün matris gösterimi kavramlarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [4], 246; 178-184. 2. İki vektörün kuaterniyon çarpımı ve reel kuaterniyonların matris gösterimi konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynaklar: Ders Kitabı, 315; 330-333. [1], 88-93.
13	Konu Anlatımı: Simplektik geometri Sınıf-içi Uygulama (30 dk): Sıralı n-li reel kuaterniyonların kümesi için verilen vektörlerin Simplektik çarpımının hesaplanması ve sağladığı özelliklerin gösterilmesi Sınıf-içi Tartışma (10 dk.): Simplektik geometride sıralı n-li reel kuaterniyonların kümesi matris temsilin olup olamayacağının tartışılması	1. İç çarpım uzayı kavramına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [4], 46-52. 2. Simplektik geometri konusunu içeren bölümlerin okunması. Kaynaklar: Ders Kitabı, 328. [1], 94-103.
14	Konu Anlatımı: Dual kuaterniyonlar ve dual kuaterniyonlar üzerinde temel işlemler Sınıf-içi Uygulama (30 dk): Verilen dual kuaterniyonlar temel cebirsel işlemlerin hesaplanarak sağladığı özelliklerin gösterilmesi (toplama, skaler ile çarpma, kuaterniyon çarpımı, eşlenik, norm) Sınıf-içi Tartışma (15 dk.): Katsayıları reel sayılar olan reel kuaterniyonlar yerine katsayıları dual sayılar olan dual sayı katsayılı kuaterniyonların varlığının olup olamayacağının ve geometrik yapısının tartışılması	1. Reel kuaterniyonlar kavramına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 312-333. 2. Dual kuaterniyonlar ve dual kuaterniyonlar üzerinde temel işlemler konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 372-386.
15	Konu Anlatımı: Farklı kuaterniyonlar ve sayılar sistemlerini inceleme Sınıf-içi Uygulama (30 dk): Farklı kuaterniyonlar ve sayılar sistemlerine dair çeşitli temel cebirsel yapılarına dair örnekler Sınıf-içi Tartışma (20 dk.): Farklı yapılardaki 2 ve 4 boyutlu sayı sistemlerinin karşılaştırılması, her zaman için 2 boyutlu sistemlerden 4 boyutlu sayı sistemlerinin tanımlanıp tanımlanamayacağının tartışılması Kısa Sınav 4 (25-30 dk.): Ters yüz edilmiş öğrenme (flipped learning) yöntemi çerçevesinde, ders başında, öğrenciye verilen ön hazırlık görevinde yer alan konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Reel kuaterniyonlar kavramına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 312-333; 372-376. 2. Farklı kuaterniyonlar ve sayılar sistemlerini içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 72–75; 218–222; 385–404. 3. Kısa Sınav 4: (farklı kuaterniyonlar ve sayılar sistemleri) Kaynak: Ders Kitabı, 72–75; 218–222; 385–404.
16	Final	

Değerlendirme Sistemi

Etkinlikler	Sayı	Katkı Payı
Devam/Katılım		

Laboratuar		
Uygulama		
Arazi Çalışması		
Derse Özgü Staj		
Küçük Sınavlar/Stüdyo Kritiği	4	20
Ödev		
Sunum/Jüri		
Projeler		
Seminer/Workshop		
Ara Sınavlar	1	40
Final	1	40
Dönem İçi Çalışmaların Başarı Notuna Katkısı		60
Final Sınavının Başarı Notuna Katkısı		40
TOPLAM		100

AKTS İşyükü Tablosu

Etkinlikler	**Sayı**	**Süresi (Saat)**	**Toplam İşyükü**
Ders Saati	14	3	42
Laboratuar			
Uygulama			
Arazi Çalışması			
Sınıf Dışı Ders Çalışması	14	3	42
Derse Özgü Staj			
Ödev			0
Küçük Sınavlar/Stüdyo Kritiği	4	3	12
Projeler			
Sunum / Seminer			0
Ara Sınavlar (Sınav Süresi + Sınav Hazırlık Süresi)	1	25	25
Final (Sınav Süresi + Sınav Hazırlık Süresi)	1	35	35
Toplam İşyükü			156
Toplam İşyükü / 30(s)			5.20
AKTS Kredisi			5

Diğer Notlar	Yok