Ders Bilgi Formu

Ders Adı	Kodu	Yerel Kredi	AKTS	Ders (saat/hafta)	Uygulama (saat/hafta)	Laboratuar (saat/hafta)
Matematik Analiz 4	MAT2042	4	7	3	2	0

Önkoşullar	Yok

Yarıyıl	Bahar

Dersin Dili	İngilizce, Türkçe
Dersin Seviyesi	Lisans Seviyesi
Ders Kategorisi	Temel Meslek Dersleri
Dersin Veriliş Şekli	Yüz yüze

Dersi Sunan Akademik Birim	Matematik Bölümü
Dersin Koordinatörü	Elif Demir
Dersi Veren(ler)	Seda Çalışkan, Elif Demir, Canan Çelik Karaaslanlı
Asistan(lar)ı	

Dersin Amacı	Bu dersin amacı, öğrencilere çok değişkenli integral hesabının kuramsal temellerini ve analitik yöntemlerini ayrıntılı biçimde kazandırmaktır. Ders kapsamında, iki ve üç katlı integrallerin tanımı, varlık koşulları ve uygulamaları sistematik olarak ele alınacak; değişken dönüşümleri ile silindirik ve küresel koordinatlarda integral hesaplamaları incelenecektir. Ayrıca improper integrallerin yakınsaklığı, Gamma ve beta fonksiyonları, parametreye bağlı integraller ve Leibniz kuralı gibi ileri analiz teknikleri üzerinde durulacaktır. Eğrisel ve yüzey integralleri hem düzlemde hem de üç boyutlu uzayda ayrıntılı olarak işlenecek; bu bağlamda Green Teoremi, Diverjans Teoremi ve Stokes Teoremi gibi temel sonuçlar aracılığıyla integral kavramlarının matematiksel yapıları, özellikleri ve aralarındaki derin ilişkiler ortaya konacaktır. Dersin genel amacı, öğrencilere çok değişkenli integral hesabı alanında güçlü ve sağlam bir kuramsal temel kazandırmak, böylece onların ileri düzey matematik derslerinde ve uygulamalı bilimlerde bu bilgileri etkin ve yaratıcı biçimde kullanabilecek düzeye ulaşmalarını sağlamaktır.
Dersin İçeriği	İki katlı integral, varlık teoremi; iki katlı integral uygulamaları; değişken dönüştürmesi; üç katlı integral ve uygulamaları, silindirik ve küresel koordinatlar; improper integrallerin yakınsaklığının incelenmesi, Gama ve Beta fonksiyonları; parametreye bağlı integraller, Leibnitz kuralı; düzlemde eğrisel integral ve varlık teoremi, Green Teoremi, eğrisel integralin yoldan bağımsızlığı; üç boyutlu uzayda eğrisel integral; yüzey integralleri, Diverjans Teoremi, Stokes Teoremi.
Opsiyonel Program Bileşenleri	Yok

Ders Öğrenim Çıktıları

1	İki ve üç katlı integralleri tanımlayarak çeşitli koordinat sistemlerindeki uygulamalarını matematiksel ve uygulamalı bağlamda gerçekleştirebileceklerdir.
2	Çok değişkenli integrallerde değişken dönüşümlerini uygulayarak koordinat değişikliklerinin integral hesaplamalarına etkilerini inceleyebileceklerdir.
3	Improper integrallerin yakınsaklığını belirleyerek, ileri integral problemlerinde Gamma ve Beta fonksiyonlarını kullanabileceklerdir.
4	Parametreye bağlı integrallerde Leibniz kuralını uygulayabileceklerdir.

5	Düzlemde ve üç boyutlu uzayda eğrisel ve yüzey integrallerini hesaplayabileceklerdir.
6	Green, Diverjans ve Stokes Teoremlerini uygulayarak integralleri değerlendirip bu teoremler arasındaki ilişkileri inceleyebileceklerdir.

Haftalık Konular ve İlgili Ön Hazırlık Çalışmaları

Hafta	Konular	Ön Hazırlık
1	Konu Anlatımı: İki katlı integrallerin tanımı, varlık koşulları ve temel özellikleri Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Basit iki katlı integral hesaplamaları Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): İki katlı integrallerin matematik ve uygulamalardaki öneminin tartışılması	1. Tek katlı integrallerin tanımı, hesaplanması, temel teorem ve kuralların hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 262-270. 2. Dikdörtgen bölgelerde iki katlı integrallerin tanımı ve hesaplamaya hazırlık için temel örneklerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 836-841.
2	Konu Anlatımı: İki katlı integral uygulamaları; alan ve hacim hesaplamaları, sınırların belirlenmesi, farklı bölgelerde integral tanımlamaları Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Dikdörtgen, üçgen ve dairesel bölgelerde iki katlı integrallerin hesaplanması; basit fiziksel örneklerde (kütle, yoğunluk dağılımı) uygulama Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): İki katlı integrallerin mühendislik, fizik ve ekonomi alanlarındaki öneminin tartışılması, farklı bölgelerde ve koordinat sistemlerinde integrallerin yorumlanması	1. Tek katlı integral uygulamalarının (alan ve hacim hesaplamaları) hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 294- 297; 308-315. 2. İki katlı integrallerde bölge sınırlarının belirlenmesi ve dikdörtgen dışındaki bölgeler için integral oluşturulması kavramlarının okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 841-850.
3	Konu Anlatımı: Değişken dönüşümleri ve Jakobiyen (Jakobiyen determinant); iki katlı integrallerde değişken değiştirmenin önemi, koordinat sistemleri arası dönüşüm kuralları. Sınıf-içi Uygulama (15 dk): Dik koordinattan kutupsal koordinata geçiş örnekleri; Jakobiyen determinantının hesaplanması ve integrale uygulanması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Değişken dönüşümlerinin integral hesaplamalarındaki rolü, geometrik ve fiziksel yorumları; Jakobiyen determinantının diferansiyel hesaplamalar ve çok katlı integrallerde öneminin tartışılması	1. Tek değişkenli fonksiyonlarda değişken dönüşümüne ilişkin temel bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 284-291. 2. Çok değişkenli fonksiyonlarda koordinat sistemleri (dikdörtgen, kutupsal) arasındaki dönüşüm kurallarının incelenmesi ve Jacobian determinantın tanımının okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 853-859; 887-891.
4	Konu Anlatımı: Üç katlı integraller; tanım, varlık koşulları ve temel özellikler. Hacim hesaplamalarında üç katlı integrallerin kullanımı, sınırların belirlenmesi ve uygulamalı örnekler Sınıf-içi Uygulama (15 dk): Basit üç katlı integrallerin hesaplanması; farklı sınır koşullarına sahip bölgelerde hacim hesaplamaları Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Üç katlı integrallerin fizik, mühendislik ve matematiksel modelleme alanlarındaki önemi; hacim hesaplamalarının gerçek dünya uygulamalarındaki yeri; hesaplamalarda sınır ve koordinat seçimlerinin etkisinin tartışılması	1. Çift katlı integraller ve temel özellikleri: Çift katlı integrallerin tanımı, varlık koşulları, integrasyon sırası ve temel uygulamaları hakkında ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 841-850. 2. Hacim hesaplamalarında üç katlı integrallerin kullanımı için dikdörtgen bölgeler ve simetrik cisimler üzerinde örneklerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 859-865.

5	Konu Anlatımı: Silindirik ve küresel koordinatlar; bu koordinat sistemlerinin tanımı, temel özellikleri ve çok katlı integral hesaplamalarındaki avantajları Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Dik koordinatlardan silindirik ve küresel koordinatlara geçiş örnekleri; bu dönüşümle ilgili integrallerin ifade edilmesi ve hesaplanması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Farklı koordinat sistemlerinin matematik, fizik ve mühendislik uygulamalarındaki önemi açısından tartışılması	1. Kartezyen koordinat sistemi ve çok katlı integrallerde sınırların belirlenmesi; koordinat dönüşümleri ile ilgili temel kuralların hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 841-850; 853-859. 2. Çok katlı integrallerde silindirik ve küresel koordinat dönüşümlerinin kurulumu ve Jakobiyen determinantların hesaplanması gibi konuların okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 875-883.
6	Konu Anlatımı: Improper integrallerin yakınsaklık ve ıraksaklık kriterleri. Çeşitli örnekler üzerinden yakınsaklık testlerinin uygulanması ve matematiksel anlamının incelenmesi. Farklı integrallerin davranışlarının karşılaştırılması Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Improper integrallerin çözümü ve yakınsaklık/ıraksaklık testlerinin uygulanması; örnek fonksiyonlarda hesaplamalar Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Improper integrallerin fizik ve mühendislikteki uygulamalarının tartışılması	1. Tek değişkenli integral kavramı, limitler ve integral tanımı; integralin yakınsaklığı ile ilgili temel fikirlerin ve örneklerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 256-262. 2. İmproper integrallerin tanımı ve temel özellikleri: Sonsuz sınır içeren integraller ve integrandın tekillik içerdiği durumların incelenmesi, Yakınsaklık ve ıraksaklık kriterleri gibi bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 478-487.
7	Konu Anlatımı: Gamma ve beta fonksiyonlarının tanıtımı, tanım alanları ve özellikleri. Gamma ve beta fonksiyonlarının integral hesaplamalarında ve özel fonksiyonların tanımlanmasında kullanımı Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Gamma ve beta fonksiyonları ile ilgili temel hesaplama örnekleri Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Gamma ve beta fonksiyonlarının matematik, olasılık teorisi ve fizik problemlerindeki rolünün tartışılması	1. Tek katlı integral tanımları ve sürekli fonksiyonlarda temel integral özelliklerinin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 262-274. 2. Gamma ve beta fonksiyonlarının özel integral hesaplamalarında ve özel fonksiyonların tanımlanmasında kullanımı konusunun okunması. Kaynak: [1], 274-80.
8	Midterm 1 / Practice or Review	
9	Konu Anlatımı: Parametreye bağlı integrallerin tanıtımı. Leibniz kuralı: parametreye bağlı integrallerin türevlenmesi ve kuralın ispatı Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Parametreye bağlı integrallerin çözümü ve Leibniz kuralının uygulanması ile ilgili örnek problemler Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Parametreye bağlı integrallerin analizde, diferansiyel denklemlerde ve matematiksel modellemedeki rolünün tartışılması	1. Tek katlı integral tanımları ve sürekli fonksiyonlarda temel integral özelliklerinin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 262-274. 2. Leibniz kuralı: parametreye bağlı integrallerin türevlenmesi ile ilgili bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 306-307.

10	Konu Anlatımı: Düzlemde eğrisel integrallerin tanımı. Eğrisel integrallerin varlık koşulları Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Basit eğrisel integral hesaplamaları Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Eğrisel integrallerin fizik (iş, enerji), mühendislik ve akışkanlar mekaniği bağlamındaki uygulamalarının tartışılması	1. Tek katlı integral tanımları ve sürekli fonksiyonlarda temel integral özelliklerinin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 262-274. 2. Eğrisel integrallerin tanımı ve varlık koşullarını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 901-920.
11	Konu Anlatımı: Green Teoremi; tanımı, formülasyonu ve düzlemdeki vektör alanlarına uygulanışı Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Bir vektör alanı üzerinde Green Teoremi kullanarak eğrisel integral ve alan integrali hesaplamaları Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Green Teoremi'nin mühendislik, fizik ve matematiksel modellemelerdeki önemi; alan ve dolaşım ilişkisi üzerinden fiziksel ve geometrik yorumların tartışılması	1. Çift katlı integrallerin tanımı, varlık koşulları, integrasyon sırası ve temel uygulamaları hakkında ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 841-850. 2. Green Teoremi; tanımı, formülasyonu ve düzlemdeki vektör alanlarına uygulanışı konularının okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 931–943.
12	Ara Sınav 2 Konu Anlatımı: Üç boyutlu uzayda eğrisel integraller ve vektör alanları. Eğrisel integrallerin üç boyutlu uzayda tanımı, vektör alanları üzerindeki hesaplama yöntemleri ve fiziksel anlamları (iş, akış, dolaşım) Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Basit bir vektör alanı üzerinde çizgi integralinin hesaplanması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Eğrisel integrallerin elektromanyetizma, akışkanlar mekaniği ve mühendislik uygulamalarındaki rolünün tartışılması	1. Tek katlı integral tanımları ve sürekli fonksiyonlarda temel integral özelliklerinin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 262-274. 2. Üç boyutlu uzayda vektör alanı kavramının, skaler alanlarla ilişkilerinin ve gradyan, diverjans, rotasyon gibi temel diferansiyel işlemlerin gözlemlenmesi. Ayrıca eğrilerin parametrizasyonu ve doğrultu vektörlerinin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 907-920.
13	Konu Anlatımı: Eğrisel integralde yoldan bağımsızlık kavramı, konservatif ve rotasyonel vektör alanlarının incelenmesi ve örneklerle gösterilmesi Sınıf-içi Uygulama: (15 dk) Basit bir üç boyutlu vektör alanı konservatif yapısı üzerinde eğrisel integral hesaplamaları Sınıf-içi Tartışma: (5 dk.) Konservatif ve rotasyonel alanların fiziksel yorumlarının ele alınması: işin yola bağımlılığı, enerjinin korunumu, yerçekimi ve elektrik alanlarının konservatif yapısı ile manyetik alan ve akışkan alanlarının rotasyonel doğası üzerine tartışılması	1. Gradyen vektör kavramı ve özelliklerinin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 786-787. 2. Üç boyutlu uzayda eğrisel integral kavramı ve vektör alanlarının konservatif olup olmaması gibi konuların okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 920-931.
14	Konu Anlatımı: Yüzey integralleri ve temel özellikleri. Skaler ve vektör alanları için yüzey integralleri tanımı, parametreleştirme yöntemi ile hesaplanması. Akı (flux) kavramı ve fiziksel yorumlar (elektromanyetizma, akışkanlar mekaniği) Sınıf-içi Uygulama: (15 dk) Bir yüzey üzerinde yüzey integrali hesaplama örnekleri Sınıf-içi Tartışma: (5 dk.) Yüzey integrallerinin mühendislik, fizik ve matematiksel modelleme uygulamalarındaki önemi; akı ve fiziksel yorumlar üzerinden tartışılması	1. Çift katlı integrallerin tanımı, varlık koşulları, integrasyon sırası ve temel uygulamaları hakkında ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 841-850. 2. Yüzey integrali kavramı ve parametrik yüzey tanımı ile ilgili temel bilgilerin okunması, Skaler ve vektör alanlarının tanımı ve akı (flux) kavramına ilişkin ön bilgilerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 953-960.

15	Konu Anlatımı: Diverjans Teoremi ve Stokes Teoremi; tanımları, formülasyonları ve vektör alanlarına uygulanışları. Teoremlerin hacim ve yüzey integralleri ile ilişkisi, fiziksel yorumları (akış, dolaşım) ve mühendislikteki kullanımları; dersin genel tekrar ve önceki konuların entegrasyonu Sınıf-içi Uygulama (15 dk.): Diverjans ve Stokes teoremleri kullanılarak örnek integral hesaplamaları, hacim ve yüzey akılarının incelenmesi Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Diverjans ve Stokes teoremlerinin matematiksel, fiziksel ve mühendislik uygulamalarındaki önemi; dersin genel kazanımlarının değerlendirilmesi ve tartışılması	1. Eğrisel ve üç katlı integrallerin hesaplanmalarına dair kuralları hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 859-865; 901-905. 2. Yüzey integralleri ile ilgili ön bilgilerin tekrar edilmesi; Diverjans ve Stokes teoremlerinin matematiksel ifadelerinin ve fiziksel yorumlarının okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 962-970; 972-981.
16	Final	

Değerlendirme Sistemi

Etkinlikler	Sayı	Katkı Payı
Devam/Katılım		
Laboratuar		
Uygulama		
Arazi Çalışması		
Derse Özgü Staj		
Küçük Sınavlar/Stüdyo Kritiği		
Ödev		
Sunum/Jüri		
Projeler		
Seminer/Workshop		
Ara Sınavlar	2	60
Final	1	40
Dönem İçi Çalışmaların Başarı Notuna Katkısı		60
Final Sınavının Başarı Notuna Katkısı		40
TOPLAM		100

AKTS İşyükü Tablosu

Etkinlikler	Sayı	Süresi (Saat)	Toplam İşyükü
Ders Saati	14	5	70
Laboratuar			
Uygulama			
Arazi Çalışması			
Sınıf Dışı Ders Çalışması	14	3	42
Derse Özgü Staj			
Ödev			0
Küçük Sınavlar/Stüdyo Kritiği			
Projeler			
Sunum / Seminer			

Ara Sınavlar (Sınav Süresi + Sınav Hazırlık Süresi)	2	30	60
Final (Sınav Süresi + Sınav Hazırlık Süresi)	1	30	30
		Toplam İşyükü	202
		Toplam İşyükü / 30(s)	6.73
		AKTS Kredisi	7

Diğer Notlar	Yok