Ders Bilgi Formu

Ders Adı	Kodu	Yerel Kredi	AKTS	Ders (saat/hafta)	Uygulama (saat/hafta)	Laboratuar (saat/hafta)
Yüzeyler Teorisi	MAT4370	3	5	3	0	0

Önkoşullar	Yok

Yarıyıl	Güz, Bahar

Dersin Dili	İngilizce, Türkçe
Dersin Seviyesi	Lisans Seviyesi
Ders Kategorisi	Temel Meslek Dersleri
Dersin Veriliş Şekli	Yüz yüze

Dersi Sunan Akademik Birim	Matematik Bölümü
Dersin Koordinatörü	Gülsüm Yeliz SAÇLI
Dersi Veren(ler)	Salim Yüce, Nurten Gürses, Gülsüm Yeliz SAÇLI, Yasemin Alagöz
Asistan(lar)ı	

Dersin Amacı	Bu dersin amacı, öğrencilerin E^2 Öklid düzleminde ve E^3 Öklid uzayında tanımlanan eğrileri anlamalarına yardımcı olmak ve yüzeylerin yerel ve global diferansiyel geometrik özelliklerini keşfetmelerini sağlamaktır. Ders, diferansiyel formlar, eğriler ve bu yüzeyler üzerindeki dönüşümlerle ilgili temel kavramları incelemektedir. Ders; Öklid uzayında diferansiyellenebilir fonksiyonları, düzlem ve uzay eğrilerini, Öklid uzayında diferansiyel formları, şekil operatörünü ve matrisini, temel formları, normal eğriliği, Gauss eğriliğini, ortalama eğriliği, umbilik noktaları, asli eğrilikleri, asli doğrultuları, eğrilik çizgilerini, flat noktaları ve asimptotik eğrileri ve ayrıca Gauss–Bonnet Teoremi'ni açıklamaktadır. Bunun yanında özel yüzey türleri (küreler, silindirler, koniler, kanal yüzeyler, dönel yüzeyler, minimal yüzeyler, torus, sabit eğrilikli yüzeyler, regle yüzeyler ve paralel yüzeyler) bilgisayar destekli uygulamalarla incelenmektedir. Ders, öğrencilerin teorik bilgileri geometrik görselleştirmeler ve yazılım destekli yöntemlerle birleştirerek analiz ve problem çözme becerileri kazanmalarını amaçlamaktadır.
Dersin İçeriği	Öklid uzayı ve diferansiyellenebilir fonksiyonlar; düzlemsel ve uzaysal eğriler teorisi; Öklid uzayında diferansiyel formlar ve dönüşümler altında incelenmesi; E^3 Öklid uzayında yüzeyler teorisi: şekil operatörü ve matrisi, yüzeyin normal eğriliği, umbilik nokta, temel formlar, asli eğrilik, asli vektör, Gauss eğriliği, ortalama eğrilik, eğrilik çizgisi, flat nokta, asimptotik eğri, yüzey üzerinde eğriler teorisi; yüzeylerin global özellikleri; yüzey dönüşümleri ve yüzey üzerinde diferansiyel formlar; Gauss-Bonnet Teoremi; Öklid uzayında özel yüzeyler: küre yüzeyi, silindir yüzeyi, koni yüzeyi, kanal yüzeyleri, minimal yüzeyler, dönel yüzeyler, tor yüzeyi, sabit eğrilikli yüzeyler, regle yüzeyler, paralel yüzeyler.
Opsiyonel Program Bileşenleri	Yok

Ders Öğrenim Çıktıları

1	Öğrenciler E^3 Öklid uzayının temel yapısını ve bu uzayda tanımlı diferansiyellenebilir fonksiyonları ifade edebileceklerdir.
2	Öğrenciler, Öklid uzayında diferansiyel formlar ve dönüşümleri; yüzey üzerindeki değişimleri açıklayabileceklerdir.

3	Öğrenciler, yüzeylerin parametrik veya kapalı denklemle ifade edilen yüzeylerin yerel geometrisini teğet düzlem, normal vektör ve şekil operatörü gibi kavramlar aracılığıyla yorumlayabileceklerdir.
4	Öğrenciler, temel formları, yüzey üzerindeki eğrilik türlerini (normal eğrilik, Gauss eğriliği, ortalama eğrilik); umbilik nokta, flat nokta, asimptotik eğri ve eğrilik çizgileri gibi yapıları açıklayabileceklerdir.
5	Öğrenciler, yüzey üzerinde tanımlı eğrileri ve özelliklerini ifade edebileceklerdir.
6	Öğrenciler, yüzeylerin global özelliklerini, yüzey dönüşümlerini, yüzey üzerindeki diferansiyel formları ve geometrik etkilerini analiz edebileceklerdiry
7	Öğrenciler, Gauss-Bonnet Teoremi'ni ifade ederek bu teoremin yüzeylerin global/topolojik özelliklerine etkisini yorumlayabileceklerdir.
8	Öğrenciler, küre, silindir, koni, kanal, dönel, minimal, tor, regle, sabit eğrilikli ve paralel yüzeyler gibi özel yüzeylerin özelliklerini bilgisayar destekli araçlar aracılığıyla inceleyebileceklerdir.

Haftalık Konular ve İlgili Ön Hazırlık Çalışmaları

Hafta	Konular	Ön Hazırlık
1	Konu Anlatımı: Öklid uzayı ve diferansiyellenebilir fonksiyonlar; düzlemsel ve uzaysal eğriler teorisi Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Belirli bir fonksiyonun seçilen bir noktada diferansiyellenebilir olup olmadığının araştırılması, verilen düzlemsel ve uzaysal eğrilerin Frenet vektörlerinin ve eğriliklerinin hesaplanması Sınıf-içi Tartışma (10 dk.): Düzlemsel eğrilerle uzaysal eğriler arasında hangi temel farkların ve geometrik olarak nasıl ayırt edebileceğinin tartışılması	1. Afin uzayı, iç çarpım uzayları ve R^n üzerindeki iç çarpım fonksiyonu, tek ve çok değişkenli fonksiyonlarda türev, süreklilik ve parametrik fonksiyon kavramlarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynaklar: [7], 2-5. [6], 46-48. [4], 73-84; 102-149. [5], 610-627; 747-484. 2. Öklid uzayı, diferansiyellenebilir fonksiyonlar, düzlemsel ve uzaysal eğriler teorisi konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynaklar: Ders Kitabı, 6-10; 14-21; 23-57; 62-70; 72-73; 76-79
2	Konu Anlatımı: Öklid uzayında diferansiyel formlar ve dönüşümler altında incelenmesi Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Verilen iki tane 1-formun alterne çarpımının hesaplanması, diferansiyel form elde edilmesi ve dönüşüm altında incelenmesi Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Verilen bir fonksiyondan nasıl diferansiyel form elde dileceğinin tartışılması ve dönüşüm altındaki yorumu	1. Determinant; kısmi türevler, zincir kuralı, türev dönüşümü, Jacobian matrisi ve determinantı; kartezyen koordinatlardan kutupsal silindirik, küresel koordinatlara dönüşüm kavramlarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynaklar: Ders Kitabı, 81-100; 314-315. [6], 233-239. [5], 764-484; 853-856; 875-883. 2. Öklid uzayında diferansiyel formlar ve dönüşümler altında incelenmesi konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 100-116; 119-125.

3	Konu Anlatımı: E^3 Öklid uzayında yüzeyler teorisi: şekil operatörü ve matrisi Sınıf-içi Uygulama (30 dk): Hem kapalı hem de parametrik formda verilen yüzeyler için şekil operatörünün tanımlanması ve matrisinin bulunması Sınıf-içi Tartışma (10 dk.): Şekil operatörünün matrisinin baza göre değişiminin tartışılması Kısa Sınav 1 (20 dk.): Ders sonunda, 1. ve 2. hafta derste işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Bir vektör alanının diğer vektör alanına göre kovaryant türevi, yüzey üzerinde birim normal vektör alanı; R^3 uzayında iç çarpımın özellikleri ve lineer dönüşüme karşılık gelen matris kavramlarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynaklar: Ders Kitabı, 44-49; 322-325. [6], 46-48; 179-185. 2. Yüzeyler teorisi, şekil operatörü ve matrisi konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynaklar: Ders Kitabı, 310-329; 332-342. [1], 385-431. 3. Kısa Sınav 1: (Ökl
4	Konu Anlatımı: Yüzeyin normal eğriliği, umbilik nokta, temel formlar, asli eğrilik, asli vektörler, gauss eğriliği ve ortalama eğriliği Sınıf-içi Uygulama (30 dk): Hem kapalı hem de parametrik formda verilen yüzeyler için herhangi bir teğet vektör doğrultusundaki normal eğriliğinin bulunması, yüzeyin Gauss eğriliği ve ortalama eğriliğinin hesaplanması ve temel formların elde edilmesi Sınıf-içi Tartışma (10 dk.): Gauss eğriliği ve ortalama eğriliğin yüzeyin lokal ve global global geometrisini anlamadaki rollerinin tartışılması	1. Bir yüzeyin şekil operatörü matrisinin; vektörel ve iç çarpımın, bazlar arasındaki geçiş matrisi kavramının; bir matrisin determinantının, izinin, öz değerlerinin ve öz vektörlerinin bulunması kavramlarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynaklar: Ders Kitabı, 334-343. [6], 46-48; 128-129; 233-238; 246-247, 294-306. 2. Yüzeyin normal eğriliği, umbilik nokta, temel formlar, asli eğrilik, asli vektörler, gauss eğriliği ve ortalama eğriliği konularını içeren bö
5	Konu Anlatımı: Eğrilik çizgisi, flat nokta, asimptotik eğri ve eşlenik doğrultu Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Hem kapalı hem de parametrik formda verilen yüzeyler için yüzey üzerinde verilen bir eğrinin yüzey üzerinde bir eğrilik çizgisi veya asimptotik eğri olup olmadığının araştırılması Sınıf-içi Tartışma (10 dk.): Asimptotik eğrilerin hangi yüzey türlerinde ortaya çıktığının ve geometrik anlamlarının tartışılması	1. İç çarpım fonksiyonunun özelliklerinin, temel form kat sayılarının, asli vektör, birim normal vektör alanı kavramlarına ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynaklar: Ders Kitabı, 334-343; 345-349; 354-361. [6], 46-48. 2. Eğrilik çizgisi, flat nokta, asimptotik eğri ve eşlenik doğrultu konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 362-366; 383-389.

6	Konu Anlatımı: Yüzey üzerinde eğriler teorisi; yüzey üzerinde eğriler teorisi için bilgisayar destekli uygulamalar Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Hem kapalı hem de parametrik formda verilen yüzeyler için yüzey üzerinde verilen bir eğrinin geodezik eğri olup olmadığının incelenmesi ve eğrinin geodezik burulması, geodezik ve normal eğriliklerinin hesaplanması Sınıf-içi Tartışma (15 dk.): Geodezik burulma, geodezik eğrilik ve normal eğrilik kavramlarının yüzey üzerindeki eğrilerin davranışını nasıl belirlediğinin ve uygulama alanlarının tartışılması Kısa Sınav 2 (20 dk.): Ders sonunda, 3. 4. ve 5. hafta derste işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. E^3 Öklid uzayında eğriler teorisine ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: Ders Kitabı, 173-228. 2. Yüzey üzerinde eğriler teorisini içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 392-406; 414-419. 3. Kısa Sınav 2: (E^3 Öklid uzayında yüzeyler teorisi: şekil operatörü ve matrisi, Yüzeyin normal eğriliği, umbilik nokta, temel formlar, asli eğrilik, asli vektörler, gauss eğriliği ve ortalama eğriliği, Eğrilik çizgisi, flat nokta, asimptotik eğri v
7	Konu Anlatımı: Yüzeylerin global özellikleri; yüzey dönüşümleri; yüzey üzerinde diferansiyel formlar Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Verilen bir yüzey dönüşümünün türev dönüşümü ve matrisinin hesaplanması ve bu dönüşümün diffeomorfizm olup olmadığının araştırılması, yüzey üzerindeki diferansiyel formlara dair çeşitli örnekler Sınıf-içi Tartışma (15 dk.): Diferansiyel formun kendisi dönüşümle değişse de bazı integrallerin değişmemesinin neyin göstergesi olduğunun ve bu tür değişmezliklerin ne işe yaradığının tartışılması	1. Şekil operatörünün tanımı, Gauss eğriliği, umbilik nokta, türev dönüşümü ve matris ifadesi, bir dönüşümün lineerliği ve bileneerliği, alterne ve anti simetrik fonksiyon kavramlarının ve diferansiyel formların özelliklerinin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynaklar: Ders Kitabı, 81-100; 100-116; 119-225; 332-343; 354-358; 367-370. [6], 220-222. 2. Yüzeylerin global özellikleri, yüzey dönüşümleri ve yüzey üzerinde diferansiyel formlar konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak:
8	Midterm 1 / Practice or Review	
9	Konu Anlatımı: Gauss-Bonnet Teoremi Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Birim kürenin Euler karakteristiğinin Gauss-Bonnet Teoremi yardımı ile bulunması ve çeşitli örnekler Sınıf-içi Tartışma (10 dk.): Gauss-Bonnet Teoremi'ne göre: Euler karakteristiği sabit kaldığı sürece, yüzeyin nasıl bükülürse bükülsün toplam Gauss eğriliğinin değişmez, bunun ne ifade ettiğinin ve bu özelliğin öneminin tartışılması	1. Bağlılık, yönlenebilirlik, kompaktlık, sınır kavramı, Euler karakteristiği gibi topolojik kavramlara ilişkin ön bilgilerin hatırlanması ve etkinleştirilmesi. Kaynak: [3]. 2. Gauss-Bonnet Teoremi konusunu içeren bölümün okunması. Kaynaklar: Ders Kitabı, 474-480. [1], 901-922.

10	Konu Anlatımı: Öklid uzayında özel yüzeyler üzerine bilgisayar destekli uygulamalar: küre yüzeyi, silindir yüzeyi, koni yüzeyi, kanal yüzeyleri Sınıf-içi Uygulama (60 dk.): Bilgisayar ortamında kürenin, silindirin, koni yüzeyinin ve kanal yüzeyinin 3D modelinin çizdirilmesi; kürenin, silindirin, koni yüzeyinin ve kanal yüzeyinin Gauss ve ortalama eğriliklerinin hesaplanması, bu eğriliklerin yüzeyin noktalarındaki değişiminin incelenmesi. Kürenin tüm noktaları için Gauss eğriliğinin aynı olduğunun şekil üzerinden de gösterilmesi Sınıf-içi Tartışma (10 dk.): Koninin tepe noktasında diferansiyel geometrik büyüklülerin neden tanımsız olduğunu nasıl açıklanır tartışılması	1. Matlab, Maple, Mathematica veya Python dillerinin birisi kullanılarak küre, silindir, koni, kanal yüzeylerinin çizimine dair yapılacak uygulamanın kodlarının hazırlanması ve örneklendirilmesi. 2. Küre yüzeyi, silindir yüzeyi, koni yüzeyi ve kanal yüzeyleri konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynaklar: [7], 261-266. [1], 639-683.
11	Konu Anlatımı: Yüzeyler üzerine bilgisayar destekli uygulamalar: minimal yüzeyler, dönel yüzeyler Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): GeoGebra veya benzeri yazılımla dönel bir yüzey oluşturulması ve bu yüzeyin hangi noktalarında Gauss eğriliğinin maksimum olduğunun belirlenmesi. Minimal bir yüzey seçilerek bilgisayar ortamında çizdirilmesi ve geometrik özelliklerinin incelenmesi Sınıf-içi Tartışma (10 dk.): Minimal yüzeylerin ortalama eğriliği neden her noktada sıfır olduğunun ve bunun neyi ifade edeceğinin tartışılması Kısa Sınav 3 (20 dk.): Ders sonunda, 10. hafta derste işlenen konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Matlab, Maple, Mathematica veya Python dillerinin birisi kullanılarak minimal ve dönel bahsedilen yüzeylerin çizimine dair yapılacak uygulamanın kodlarının hazırlanması ve örneklendirilmesi. 2. Minimal yüzeyler ve dönel yüzeyler konularını içeren bölümlerin okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 512-514; 522-523. [7], 267-271. 3. Kısa Sınav 3: (küre yüzeyi, silindir yüzeyi, koni yüzeyi ve kanal yüzeyleri) Kaynaklar: [7], 261-266. [1], 639-683.
12	Konu Anlatımı: Yüzeyler üzerine bilgisayar destekli uygulamalar: tor yüzeyi Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Bilgisayar ortamında tor yüzeyinin parametrik denklemleri ile 3D modelinin çizilmesi ve küçük yarıçapın değişimiyle torun şeklinin nasıl değiştiğini gözlemlenmesi Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Tor yüzeyinin üzerinde tüm noktaların Gauss eğriliğinin aynı olup olmadığının ve bazı bölgelerde pozitif, bazı bölgelerde negatif olma sebeplerinin tartışılması	1. Matlab, Maple, Mathematica veya Python dillerinin birisi kullanılarak tor yüzeyinin çizimine dair yapılacak uygulamanın kodlarının hazırlanması ve örneklendirilmesi. 2. Tor yüzeyi konusunu içeren bölümün okunması. Kaynak: Ders Kitabı, 546. [7], 272.
13	Konu Anlatımı: Yüzeyler üzerine bilgisayar destekli uygulamalar: sabit eğrilikli yüzeyler Sınıf-içi Uygulama (30 dk): Bir küre (pozitif sabit eğrilik), düzlem (sıfır eğrilik) ve hiperboloid (negatif sabit eğrilik) yüzeylerinin parametrik denklemlerini kullanarak Gauss eğriliklerini bilgisayar yazılımı ile hesaplanması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Sabit pozitif, sabit sıfır veya sabit negatif Gauss eğriliğine sahip yüzeylerin geometrik farklılıklarının tartışılması	1. Matlab, Maple, Mathematica veya Python dillerinin birisi kullanılarak sabit eğrilikli yüzeyin çizimine çizimine dair yapılacak uygulamanın kodlarının hazırlanması ve örneklendirilmesi. 2. Sabit eğrilikli yüzeyler konusunu içeren bölümün okunması. Kaynaklar: [1], 441-501. [2], Bölüm 3.

14	Konu Anlatımı: Yüzeyler üzerine bilgisayar destekli uygulamalar: regle yüzeyler Sınıf-içi Uygulama (30 dk.): Bilgisayar ortamında silindir, koni, helikoid ve hiperboloid çizdirilerek bu yüzeylerin regle yüzey olduğunun gösterilmesi ve geometrik olarak yorumlanması Sınıf-içi Tartışma (5 dk.): Bir yüzeyin yalnızca bazı bölgelerinin regle olması mümkün olup olmadığının tartışılması Kısa Sınav 4 (20 dk.): Ters yüz edilmiş öğrenme (flipped learning) yöntemi çerçevesinde, ders başında, öğrenciye verilen ön hazırlık görevinde yer alan konuları içeren bir kısa sınavın yapılması	1. Matlab, Maple, Mathematica veya Python dillerinin birisi kullanılarak regle yüzeyin çizimine dair yapılacak uygulamanın kodlarının hazırlanması ve örneklendirilmesi. 2. Regle yüzeyler konusunu içeren bölümün okunması. Kaynaklar: Ders Kitabı, 524-545. [1], 431-461. [2], Bölüm 2. 3. Kısa Sınav 4: (regle yüzeyler) Kaynaklar: Ders Kitabı, 524-545. [1], 431-461. [2], Bölüm 2.
15	Konu Anlatımı: Yüzeyler üzerine bilgisayar destekli uygulamalar: paralel yüzeyler Sınıf-içi Uygulama ve Tartışma (30 dk.): Küre yüzeyine belirli bir mesafede paralel yüzey çizdirilerek Gauss eğriliğinin nasıl değiştiği gözlemlenmesi	1. Matlab, Maple, Mathematica veya Python dillerinin birisi kullanılarak paralel yüzeyin çizimine çizimine dair yapılacak uygulamanın kodlarının hazırlanması ve örneklendirilmesi. 2. Paralel yüzeyler konusunu içeren bölümün okunması. Kaynaklar: Ders Kitabı, 515-521. [2], Bölüm 3.
16	Final	

Değerlendirme Sistemi

Etkinlikler	Sayı	Katkı Payı
Devam/Katılım		
Laboratuar		
Uygulama		
Arazi Çalışması		
Derse Özgü Staj		
Küçük Sınavlar/Stüdyo Kritiği	4	20
Ödev		
Sunum/Jüri		
Projeler		
Seminer/Workshop		
Ara Sınavlar	1	40
Final	1	40
Dönem İçi Çalışmaların Başarı Notuna Katkısı		60
Final Sınavının Başarı Notuna Katkısı		40
TOPLAM		100

AKTS İşyükü Tablosu

Etkinlikler	Sayı	Süresi (Saat)	Toplam İşyükü
Ders Saati	14	3	42
Laboratuar			
Uygulama			
Arazi Çalışması			
Sınıf Dışı Ders Çalışması	14	3	42
Derse Özgü Staj			
Ödev			0
Küçük Sınavlar/Stüdyo Kritiği	4	3	12
Projeler			
Sunum / Seminer			
Ara Sınavlar (Sınav Süresi + Sınav Hazırlık Süresi)	1	25	25
Final (Sınav Süresi + Sınav Hazırlık Süresi)	1	35	35
		Toplam İşyükü	156
		Toplam İşyükü / 30(s)	5.20
		AKTS Kredisi	5

Diğer Notlar	Yok